Proiect didactic1

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare

Disciplina : Matematică
Clasa: a V-a
Timp alocat: 30 minute

Competențe specifice :
3.2 Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale
4.2. Utilizarea limbajului specific fracţiilor

Consolidarea competențelor specifice vizate contribuie la dezvoltarea altor competențe, și anume utilizarea acestor transformări în utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimal
Maniera de lucru :
Elevii vor accesa linkul către resursa educațională deschisă : https://www.youtube.com/watch?v=p4inaFJ7vgE&ab_channel=MatematicaPDR

Pe baza resursei propuse, elevii vor descoperi algoritmul de transformare a fracțiilor zecimale în fracții ordinare.
Învățarea prin problematizarea, conversația, exercițiu, reprezintă metode didactice active care, alături de prezentarea propusă, contribuie la dezvoltarea competenței propuse.

La fel ca majoritatea activităților de matematică, și aceasta vizează atât actualizarea cunoștințelor deja obținute – fracții ordinare, fracții zecimale - cât și prezentarea de noi informații, în speță transformări.

Activitățile sunt antrenante, integrează, prezentări și imagini. Oferă un feedback rapid.

Evaluare:
Observarea sistematică a elevilor în timpul activităţii, teste online pe eduboom.
Această activitate se poate desfășura în varianta învățământului online sau în varianta învățământului cu prezență fizică la clasă.

Proiect didactic2

PROIECTUL UNITĂŢII DE ÎNVĂŢARE- Reprezentarea grafică a funcțiilor

Competenţe specifice

1. Determinarea domeniului maxim de definiţie al unei funcţii.
2. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferenţial în rezolvarea unor probleme.
3. Calcularea cu ajutorul formulelor şi a regulilor de derivare a derivatei de ordinul I şi II al unei funcţii.
4. Rezolvarea ecuaţiilor pentru stabilirea punctelor critice şi determinarea semnului unei expresii.
5. Stabilirea intervalelor de monotonie, a punctelor de extrem, folosind semnul derivatei de ordin I
6. Stabilirea intervalelor de convexitate, concavitate şi a punctelor de inflexiune folosind semnul derivatei de ordin II
7. Reprezentarea în reper cartezian a funcţiilor.
8. Determinarea numărul de soluţii al unei ecuaţii prin metoda grafică
9. Utilizarea resurselor online pentru trasarea graficului unei funcţii

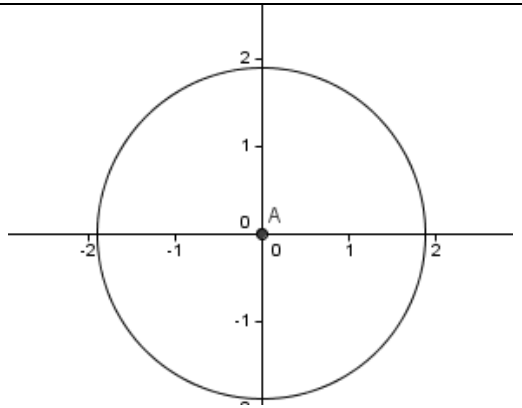
Număr ore: 7

Conţinuturi	Compe-tenţe specifice	Activităţi de învăţare	Resurse Materiale/procedurale	Elemente TIC utilizate în cadrul activităţilor	Evaluare
Reprezentarea grafică a funcţiilor	1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.	Etapele reprezentării garfice ale unei funcţii f utilizând derivatele de ordin I şi II: 1. Precizarea domeniului E de definiţie al funcţiei Determinarea perioadei şi a simetriilorpermit limitarea mulţimii pe care studiem funcţia. Dacă funcţia are perioada T_0 atunci se va studia funcţia pe un interval de lungime T_0, de exemplu $[0,T_0]$. Dacă funcţia este pară sau impară este suficient studiul funcţiei pe mulţimea $E \cap [0,\infty)$: dacă funcţia este pară atunci graficul este simetric în raport cu axa Oy iar dacă funcţia este impară graficul este simetric în raport cu originea reperului cartezian. $G_f \cap Ox : f(x) = 0 \Rightarrow (x_1,0),(x_2,0),...$ $G_f \cap Oy$ *: se calculează* $f(0)$*, dacă 0 aparţine domeniului* *Se calculează valorile lui f la capetele intervalului.* 2. Derivata I (intervale de monotonie şi puncte de extrem) Se determină domeniul de derivabilitate. Se determină punctele critice ale funcţiei.	Manual,culegeri. Metode: explicaţia, expunere , conversaţia euristică, exerciţiul, problematizarea, descoperirea, activităţi frontale şi individuale.	Utilizarea resurselor online pentru trasarea graficelor anumitor funcţii http://www.mathe-fa.de/ro Utilizarea resurselor online pentru calculul derivatelor, link-ul http://www.solvemymath.com/online_math_calculator/calculus/	Verificarea temei pentru acasă, Rezolvarea la tablă a exerciţiilor la care elevii au întâmpinat greutăţi , Observarea sistematică a elevilor, Aprecierea verbală a răspunsurilor primite.

		Se calculează valorile funcţiei în punctele critice. 3. Derivata a doua (puncte de inflexiune, intervale de convexitate, concavitate) Se calculează derivata a II Se rezolvă ecuaţia $f''(x)=0 \Rightarrow x_1', x_2', \ldots$ Se calculează $f(x_1'), f(x_2'), \ldots$ 4. Asimptote: a) verticale: $x=a$, dacă cel puţin una din limitele laterale în $a \in R$ este finită. b) oblice la ramura de la $\pm\infty$, $y=mx+n$, $m=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x} \in R$, $n=\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-mx] \in R$ 5. Tabelul de variaţie – se completează cu elementele găsite în etapele 1 – 4, determinându-se semnele pentru f' şi f'', iar pentru f monotonia se marchează prin săgeţi. 6. Trasarea graficului: Se trasează punctat asimptotele la graficul funcţiei în reperul xOy. Se marchează în reper, din tabel, punctele determinate în celelalte etape Se unesc aceste puncte printr-o linie continuă, ţinând cont de forma graficului. Se rezolvă în clasă exerciţiul: Să se determine domeniul maxim de definiţie şi apoi să se traseze graficele următoarelor funcţii: a) $f(x)=x^3-x^2$ b) $f(x)=\frac{x^2+2}{2x}$ c) $f(x)-\frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$ d) $f(x)=\frac{\ln x}{1+\ln x}$ e) $f(x)=xe^{-x}$ f) $f(x)=\sin x+\cos x$ g) $f(x)=\arccos\frac{4-3x^2}{x^3}$	Tema de casă: Pag. 551 – 552 Ex: I c,d II a,f III d,e IV a,d V a,c VI a,b,i		
2. Rezolvarea grafică a ecuaţiilor	1. 2. 3.	Vom utiliza reprezentarea grafică a funcţiilor pentru a determina numărul de soluţii reale ale unei ecuaţii cât şi intervalele în care se află acestea. Fie $f,g:E\to R$. A rezolva grafic o ecuaţie de forma $f(x)=g(x), x\in E$, revine la a determina abscisele punctelor de	Metode: explicaţia conversaţia, exerciţiul, problematizarea, descoperirea, studiu de	Utilizarea resurselor online pentru trasarea graficelor anumitor funcţii	Verificarea temei pentru acasă, Rezolvarea la tablă a exerciţiilor la care

<table>
<tr>
<td></td>
<td>4.
5.
6
7.
8.
9.</td>
<td>intersecţie ale graficelor funcţiilor f şi g.Numărul punctelor de intersecţie ale celor două grafice reprezintă numărul de rădăcini ale ecuaţiei $f(x)=g(x)$, abscisele acestor puncte sunt rădăcinile ecuaţiei, iar poziţiile lor ne arată intervalele în care acestea se găsesc. Pentru aproximarea absciselor de intersecţie se recomandă ca graficele să fie trasate pe hârtie milimetrică..
A discuta grafic o ecuaţie $f(x)=m$, $m\in R, x\in E$, înseamnă a stabili numărul şi poziţiile punctelor de intersecţie ale graficului funcţiei f cu o dreaptă paralelă cu axa Ox.
Sarcină de lucru: Să se reprezinte grafic funcţia
$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^3-3x^2+4$ şi să se rezolve ecuaţia $f(x)=m$</td>
<td>caz, activităţi frontale, individuale, pe grupe</td>
<td>http://www.mathe-fa.de/ro

Utilizarea resurselor online pentru calculul derivatelor, link-ul http://www.solvemymath.com/online_math_calculator/calculus/</td>
<td>elevii au întâmpinat greutăţi ,
Observarea sistematică a elevilor,
Aprecierea verbală a răspunsurilor primite.
Se vor aprecia abilităţile elevilor de a folosii calculatorul</td>
</tr>
<tr>
<td>3
Reprezentarea grafică a conicelor</td>
<td>1.
2.
3.
9.</td>
<td>1. Cercul
Ecuaţia cercului cu centrul în origine şi raza $r>0$: $x^2+y^2=r^2$, forma explicită a ecuaţiei cercului este $y=\pm\sqrt{r^2-x^2}$, dacă $x\in[-r,r]$. Forma $y=\sqrt{r^2-x^2}\geq 0$ arată că punctele cercului sunt situate în semiplanul superior în raport cu Ox, această porţiune este simetrică primeia în raport cu Ox. Forma $y=-\sqrt{r^2-x^2}\leq 0$ arată că punctele cercului sunt situate în semiplanul inferior faţă de axa Ox . Pentru prima forma se consideră funcţia $f:[-r,r]\to R$, $f(x)=\sqrt{r^2-x^2}$ şi observând că $f(-x)=f(x),\forall x\in[-r,r]$ se deduce că graficul este simetric în raport cu Oy, fiind suficient să trasăm graficul pe $[0,r]$. Funcţia nu admite asimptote, tabelul de variaţie este următorul:
<table>
<tr><td>x</td><td>0 r</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>0 - - - - - - - - - - - - - - - - - -</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>r → 0</td></tr>
<tr><td>$f''(x)$</td><td>- - - - - - - - - - - - - - - - - - -</td></tr>
</table></td>
<td>Metode: explicaţia, conversaţia, exerciţiul, problematizarea, descoperirea, studiu de caz, activităţi frontale, individuale, pe grupe</td>
<td>Utilizarea resurselor online pentru trasarea graficelor anumitor funcţii http://www.mathe-fa.de/ro</td>
<td>Verificarea temei pentru acasă,
Rezolvarea la tablă a exerciţiilor la care elevii au întâmpinat greutăţi ,
Observarea sistematică a elevilor,
Aprecierea verbală a răspunsurilor primite.
Observarea sistematică a elevilor, aprecierea capacităţilor elevilor de a parcurge paşii lecţiei;
se vor aprecia abilităţile elevilor de a reprezenta grafic funcţiile.
Se vor aprecia abilităţile elevilor de a folosii calculatorul</td>
</tr>
</table>



Ecuaţia cercului care are centrul în $C(a,b)$ este:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

2. Elipsa

Ecuaţia elipsei este: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$, unde

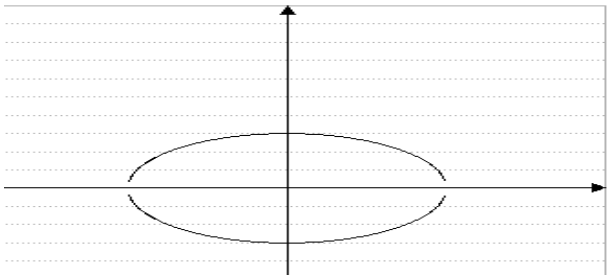
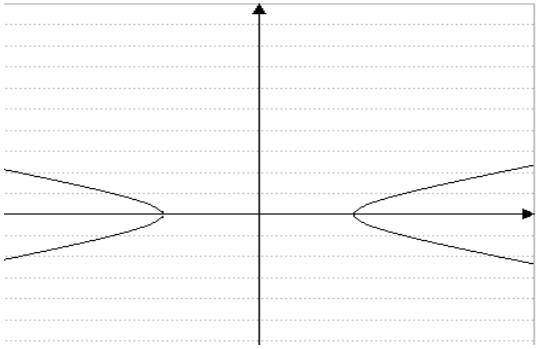
$a^2-c^2=b^2$. Elipsa taie axa Ox în A'(-a,0), A(a,0), iar axa Oy în B'(0,-b), B(0,b). Aceste puncte se numesc vârfurile elipsei . Segmentul [A'A] se numeşte axa mare a elipsei A'A=2a iar [B'B] se numeşte axa mică a elipsei B'B=2b.

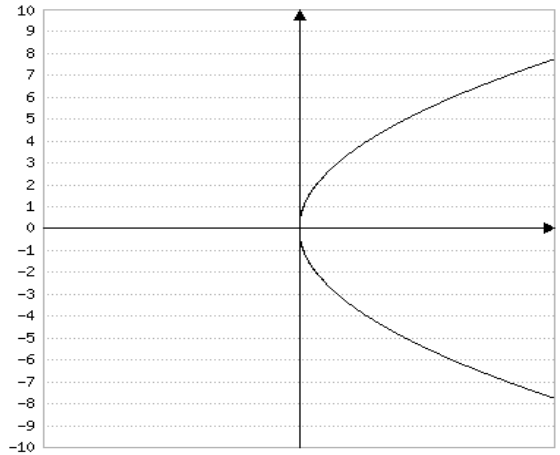
Forma explicită a ecuaţiei elipsei $y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}, x\in[-a,a]$.

Asemănător cu reprezentarea grafică a cercului se realizează şi reprezentarea grafică a elipsei.

MAFA Plotter de Grafice Matematice



		 3. Hiperbola Ecuaţia hiperbolei $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-1=0$. Elevii deduc forma explicită şi realizează reprezentarea grafică.  Exemplu: reprezentaţi grafic hiperbola $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}-1=0$ 4. Parabola Ecuaţia parabolei este $y^2=2px, p>0$. Forma explicită este $y=\pm\sqrt{2px}$, $x>0$	link-ul http://www.mathe-fa.de/ro		

		Graph function  			
4 Evaluare	1 - 9	Evaluare sumativă a activităţii de învăţare	Activitate individuală		Se evaluează corectitudinea rezolvării

SARCINĂ DE LUCRU – rezolvarea grafică a ecuaţiilor

Se dă funcţia $f(x)=x^3-3x^2+4$.

1) Stabiliţi domeniul de definiţie al funcţiei, eventualele simetrii, asimptotele şi intersecţia graficului funcţiei cu axele de coordonate.
2) Utilizaţi link-ul http://www.solvemymath.com/online_math_calculator/calculus/ pentru a accesa online softul **Solve My Math,** accesaţi butonul **Derivative Calculator** calculaţi cu ajutorul acestui soft derivatele de ordinul I şi II a funcţiei.
3) Determinaţi rădăcinile derivatelor.
4) Întocmiţi tabelul de variaţie al funcţiei.
5) Utilizaţi link-ul http://www.mathe-fa.de/ro şi cu ajutorul acestui soft reprezentaţi grafic funcţia.
6) Rezolvaţi ecuaţia $f(x)=m, m\in R$.

REZOLVAREA SARCINII DE LUCRU:

1) Domeniul de definiţie este R

Funcţia nu admite simetrii nefiind nici pară nici impară.

Asimptote: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow$ funcţia nu admite asimptote orizontale

Se cercetează existenţa asimptotelor oblice spre $+\infty$: $y=mx+n$

$m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x}=\infty\notin R \Rightarrow$ funcţia nu admite asimptotă oblică spre $+\infty$.

Se cercetează existenţa asimptotelor oblice spre $-\infty$: $y=mx+n$

$m=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x}=\infty\notin R \Rightarrow$ funcţia nu admite asimptotă oblică spre $-\infty$.

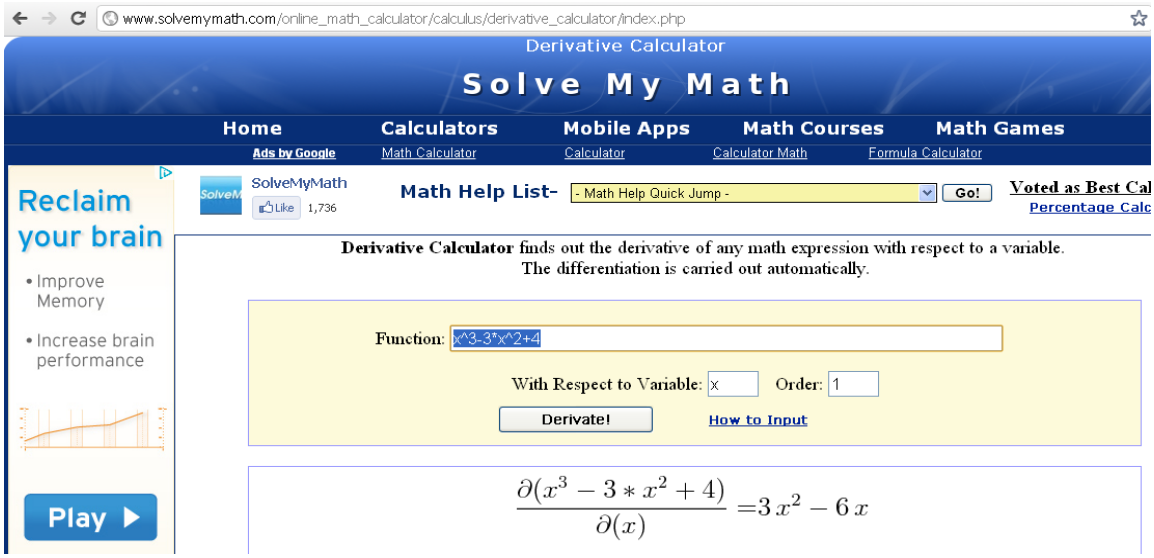
Intersecţiile graficului cu axele de coordonate: $G_f\cap Ox$

Rezolvăm ecuaţia ataşată funcţiei: $f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+4=0 \Leftrightarrow x^3+x^2-4x^2+4=0 \Leftrightarrow$

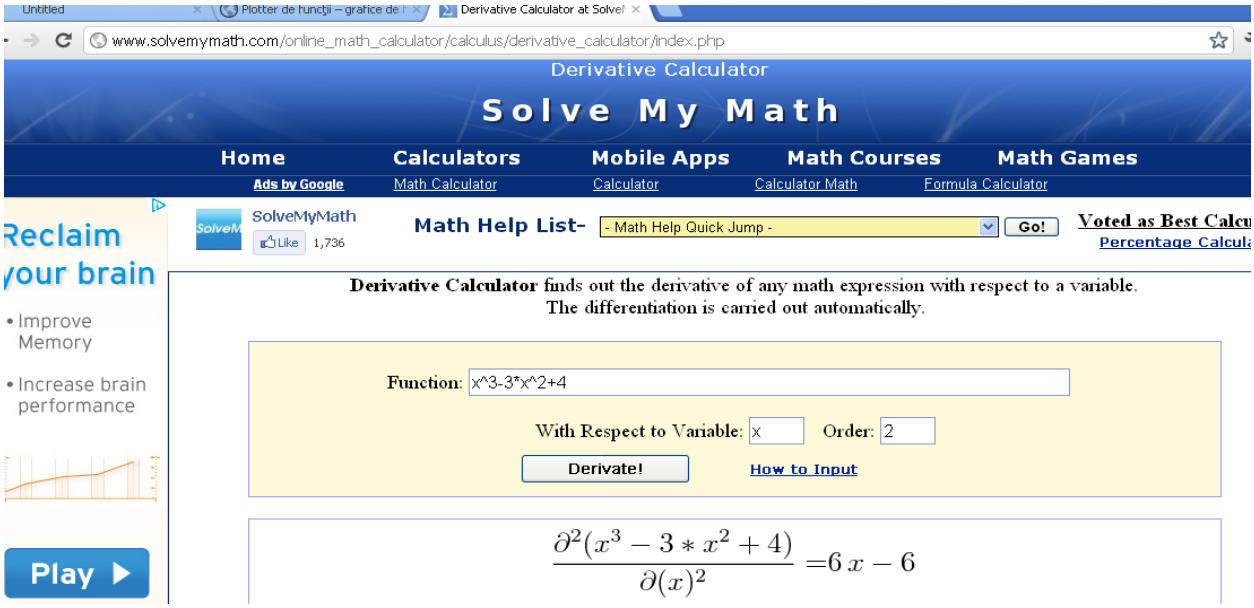
$(x+1)(x^2-4x+4)=0 \Leftrightarrow x\in\{-1,2\} \Rightarrow G_f\cap Ox=\{A(-1,0),B(2,0)\}$

$G_f\cap Oy: f(0)=4 \Rightarrow G_f\cap Oy=\{C(0,4)\}$

2) Derivata de ordinul I



$f'(x) = 3x^2 - 6x$



$f''(x) = 6x - 6$

3) Rădăcinile derivatei de ordinul I se obţin rezolvând ecuaţia:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x \in \{0,2\}$

Rădăcinile derivatei de ordinal II se obţin rezolvând ecuaţia:

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow 6x = 6 \Leftrightarrow x = 1$

4) Tabelul de variaţie:

x	-∞ -1 0 1 2 +∞
$f'(x)$	++++++++++ 0 ---------- 0+++++++++
$f(x)$	M= 4 ∞ - ∞ m= 0
$f''(x)$	----------0+++++++++++++

Derivata de ordinul I este pozitivă pe $(-\infty,0) \cup (2,\infty) \Rightarrow$ funcţia este crescătoarea pe $(-\infty,0) \cup (2,\infty)$.

Derivata de ordinul I este negativă pe $(0,2) \Rightarrow$ funcţia este descrecătoarea pe $(0,2)$.

Punctele critice sunt $x = 0$ punct de maxim local şi $x = 2$ punct de minim local.

Derivata de ordinul II este negativă pe $(-\infty,1) \Rightarrow$ funcţia este concavă pe $(-\infty,1)$.

Derivata de ordinul II este pozitivă pe $(1,\infty) \Rightarrow$ funcţia este convexă pe $(1,\infty)$.

Punctul $x = 1$ este punct de inflexiune pentru graficul funcţiei.

5) Trasarea graficului folosind link-ul http://www.mathe-fa.de/ro.



6) Se completează graficul funcţiei cu punctele semnificative din tabelul de valori şi se discută rădăcinile ecuaţiei $f(x)=m, m\in R$.

a) Dacă $m\in(-\infty,0)$, paralela la Ox intersectează graficul funcţiei într-un singur punct $\Rightarrow$ecuaţia are o singură rădăcină reală $x\in(-\infty,-1)$.

b) Dacă $m=0$, paralela la Ox intersectează graficul funcţiei în două puncte distincte $\Rightarrow$ecuaţia are două rădăcini reale $x_1=-1$ şi $x_2=2$.

c) Dacă $m\in(0,4)$, paralela la Ox intersectează graficul în trei puncte distincte $\Rightarrow$ ecuaţia are trei rădăcini reale $x_1\in(-1,0)$, $x_2\in(0,2)$, $x_3\in(2,\infty)$.

d) Dacă $m=4$, paralela la Ox intersectează graficul funcţiei în două puncte distincte $\Rightarrow$ ecuaţia are două rădăcini reale $x_1=0$ şi $x_2\in(2,\infty)$.

e) Dacă $m\in(4,\infty)$, paralela la Ox intersectează graficul funcţiei într-un singur punct $\Rightarrow$ ecuaţia are o rădăcină reală $x\in(2,\infty)$